

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по текущей аттестации предмет:  
Математика  
10-11 класс

**Контрольная работа №1 по теме «Действительные числа».**

**Вариант I**

1. Вычислить:

1)  $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot 3^5}{15^0 \cdot 27^2 \cdot 3^{-\frac{1}{3}}}$ ;      2)  $(\sqrt[3]{2\sqrt{16}})^2$ .

2. Известно, что  $12^x = 3$ . Найти  $12^{2x-1}$ .

3. Выполнить действия ( $a > 0, b > 0$ ):

1)  $a^{4+\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{5}-1}}\right)^{\sqrt{5}+1}$ ;      2)  $\frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}} - \sqrt[3]{b}$ .

4. Сравнить числа:

1)  $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{3}{7}}$  и  $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{5}{7}}$ ;      2)  $(4,2)^{\sqrt{7}}$  и  $\left(4\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{7}}$ .

---

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь 0,2(7) в виде обыкновенной.

6. Упростить  $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1}\right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}}}$  при  $a > 0, a \neq 1$ .

**Вариант II**

1. Вычислить:

1)  $\frac{2^9 \cdot \sqrt[5]{16} \cdot 8^0}{4^4 \cdot 2^{-\frac{1}{5}}}$ ;      2)  $(\sqrt[3]{3\sqrt{81}})^2$ .

2. Известно, что  $8^x = 5$ . Найти  $8^{-x+2}$ .

3. Выполнить действия ( $a > 0, b > 0$ ):

1)  $(a^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{a^{\sqrt{3}}}$ ;      2)  $\frac{\sqrt[5]{ab} - \sqrt[5]{b}}{\sqrt[5]{b}} - \sqrt[5]{a}$ .

4. Сравнить числа:

1)  $(0,7)^{-\frac{3}{8}}$  и  $(0,7)^{-\frac{5}{8}}$ ;      2)  $(\pi)^{\sqrt{3}}$  и  $(3,14)^{\sqrt{3}}$ .

---

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь 0,3(1) в виде обыкновенной.

6. Упростить  $\left(\frac{x-y}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}} - \frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}}\right) \left(\frac{y}{x}\right)^{-\frac{1}{2}}$  при  $x > 0, y > 0$ .

**Критерии оценивания:**

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре-пять заданий;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

## Контрольная работа №2 по теме «Показательная функция».

### Вариант I

1. Найти область определения функции

$$y = \sqrt[4]{4 - x^2}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = x^{-5}$ .

1) Выяснить, на каких промежутках функция убывает.

2) Сравнить числа:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{-5} \text{ и } 1; \quad (3,2)^{-5} \text{ и } (3\sqrt{2})^{-5}.$$

3. Решить уравнение:

$$1) \sqrt{1-x} = 3; \quad 2) \sqrt{x+2} = \sqrt{3-x}; \quad 3) \sqrt{1-x} = x+1;$$

$$4) \sqrt{2x+5} - \sqrt{x+6} = 1.$$

4. Найти функцию, обратную к функции

$$y = (x-8)^{-1},$$

указать её область определения и множество значений.

5. Решить неравенство  $\sqrt{x+8} > x+2$ .

### Вариант II

1. Найти область определения функции

$$y = (x^2 - 9)^{-\frac{1}{3}}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = x^{-6}$ .

1) Выяснить, на каких промежутках функция возрастает.

2) Сравнить числа:

$$(4,2)^{-6} \text{ и } 1; \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} \text{ и } \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-6}.$$

3. Решить уравнение:

$$1) \sqrt{x-2} = 4; \quad 2) \sqrt{5-x} = \sqrt{x-2}; \quad 3) \sqrt{x+1} = 1-x;$$

$$4) \sqrt{3x+1} - \sqrt{x+8} = 1.$$

4. Найти функцию, обратную к функции

$$y = 2(x+6)^{-1},$$

указать её область определения и множество значений.

5. Решить неравенство  $\sqrt{x-3} < x-5$ .

### Критерии оценивания

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

**Контрольная работа №3 по теме «Показательные уравнения и неравенства».**

**Контрольная работа № 3**

**Вариант I**

1. Решить уравнение:

1)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25;$       2)  $4^x + 2^x - 20 = 0.$

2. Решить неравенство  $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}.$

3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$

---

4. Решить неравенство:

1)  $(\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5};$       2)  $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1.$

5. Решить уравнение  $7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x.$

**Вариант II**

1. Решить уравнение:

1)  $0,1^{2x-3} = 10;$       2)  $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0.$

2. Решить неравенство  $\left(1\frac{1}{5}\right)^x < \frac{5}{6}.$

3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + y = -2, \\ 6^{x+5y} = 36. \end{cases}$

---

4. Решить неравенство:

1)  $(\sqrt[3]{3})^{x+6} > \frac{1}{9};$       2)  $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1.$

5. Решить уравнение  $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x.$

**Критерии оценивания**

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре заданий базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

**Контрольная работа №4 по теме «Логарифмическая функция».**



## Контрольная работа № 4

### Вариант I

1. Вычислить:

1)  $\log_{\frac{1}{2}} 16$ ;      2)  $5^{1 + \log_5 3}$ ;      3)  $\log_3 135 - \log_3 20 + 2 \log_3 6$ .

2. В одной системе координат схематически построить графики

функций  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$  и  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ .

3. Сравнить числа  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$  и  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$ .

4. Решить уравнение  $\log_5 (2x - 1) = 2$ .

5. Решить неравенство  $\log_{\frac{1}{3}} (x - 5) > 1$ .

---

6. Решить уравнение  $\log_2 (x - 2) + \log_2 x = 3$ .

7. Решить уравнение  $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$ .

8. Решить неравенство  $\log_3^2 x - 2 \log_3 x \leq 3$ .

### Вариант II

1. Вычислить:

1)  $\log_3 \frac{1}{27}$ ;      2)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2 \log_{\frac{1}{3}} 7}$ ;      3)  $\log_2 56 + 2 \log_2 12 - \log_2 63$ .

2. В одной системе координат схематически построить графики функций  $y = \log_4 x$  и  $y = 4^x$ .

3. Сравнить числа  $\log_{0,9} 1\frac{1}{2}$  и  $\log_{0,9} 1\frac{1}{3}$ .

4. Решить уравнение  $\log_4 (2x + 3) = 3$ .

5. Решить неравенство  $\log_5 (x - 3) < 2$ .

---

6. Решить уравнение  $\log_3 (x - 8) + \log_3 x = 2$ .

7. Решить уравнение  $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$ .

8. Решить неравенство  $\log_2^2 x - 3 \log_2 x \leq 4$ .

«5» - 7-8 заданий выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно 5-6 заданий;

«3» - выполнены правильно 3-4 задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

**Контрольная работа по теме «Тригонометрическая функция».**

## Контрольная работа № 5

### Вариант I

1. Вычислить:

1)  $\cos 765^\circ$ ;      2)  $\sin \frac{19\pi}{6}$ .

2. Вычислить  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  и  $-6\pi < \alpha < -5\pi$ .

3. Упростить выражение:

1)  $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$ ;      2)  $\frac{\cos(\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{1 + 2\cos(-\alpha)\sin(-\alpha)}$ .

---

4. Решить уравнение:

1)  $2\cos \frac{x}{2} = 1 + \cos x$ ;

2)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)\cos 2x - 1 = \sin 3x \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$ .

5. Доказать тождество  $\cos 4\alpha + 1 = \frac{1}{2} \sin 4\alpha (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha)$ .

### Вариант II

1. Вычислить:

1)  $\sin 765^\circ$ ;      2)  $\cos \frac{19\pi}{6}$ .

2. Вычислить  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,3$  и  $-\frac{7\pi}{2} < \alpha < -\frac{5\pi}{2}$ .

3. Упростить выражение:

1)  $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ ;      2)  $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha)}{2\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\cos(-\alpha) + 1}$ .

---

4. Решить уравнение:

1)  $2\sin \frac{x}{2} = 1 - \cos x$ ;

2)  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\cos 3x - \cos(\pi - x)\sin 3x = -1$ .

5. Доказать тождество  $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)(1 - \cos 4\alpha) = 4 \sin 2\alpha$ .

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре заданий базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

## Итоговая контрольная работа по математике 10 класс

На выполнение работы отводится 2 урока (90 минут).

Работа состоит из двух частей.

Часть А содержит 10 заданий ( $A_1$ - $A_{10}$ ) обязательного уровня.

Часть В содержит пять заданий ( $B_1$ - $B_5$ ) повышенного уровня по материалу курса «Алгебры и началам анализа» 10 класса.

Вариантов ответов к заданиям части А нет. В бланк ответов вписывается ответ полученный учеником.

Задания части В с развёрнутым ответом требует записи полного решения с необходимым обоснованием выполненных действий.

### 1 вариант.

Часть А. 1 балл за верно выполненное задание. Запишите краткий ответ.

1. Найдите производную функции  $f(x) = 2x^3 - 1,5x^2 - 5x + 4$  в точке  $x_0 = -1$ .

2. Найдите производную функции  $y = \frac{4-3x}{x+5}$

3. Для функции  $f(x) = -2 \sin x$  вычислите  $f'(-\frac{\pi}{4})$ .

4. Найдите  $f'(1) + f(1)$ , если  $f(x) = (3x-2)\sqrt{x}$ .

5. Точка движется по координатной прямой по закону  $s(t) = -t^2 + 7t + 9$ . Найдите скорость точки в момент времени  $t = 3$ .

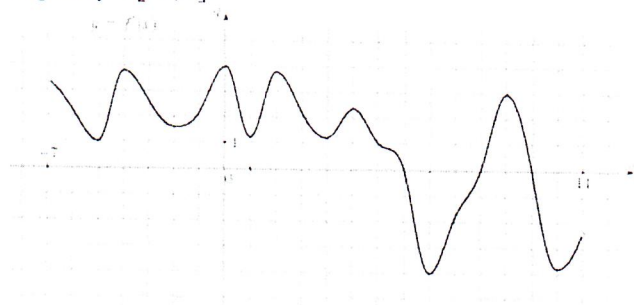
6. Составьте уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^2 - x^3$ , проходящей через точку графика с абсциссой  $x_0 = -1$ .

7. Найдите промежутки убывания функции  $f(x) = x^3 - 4,5x^2 + 7$

8. Найдите точки экстремума функции  $f(x) = -0,5x^4 + 2x^3$ .

9. Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 4$  на отрезке  $[-2; 0]$

10. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-6; 9]$ .



Часть В. Запишите полное решение.

1. Укажите целые числа, принадлежащие промежутку (промежуткам) возрастания

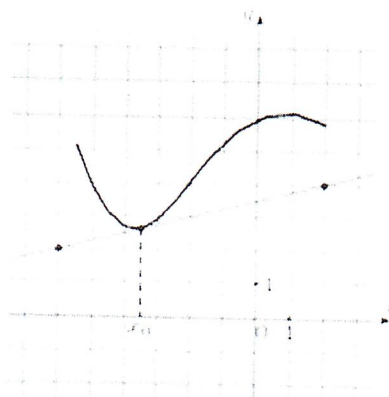
функции  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-2x}$ . (3 балла)

2. К графику функции  $f(x) = x^2 - 4x$  проведена касательная в точке  $M(1; -3)$ . Найдите абсциссу точки пересечения касательной с осью  $OX$ . (2 балла)

3. Найдите область значений функции  $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ , где  $-0,5 \leq x \leq \frac{1}{3}$  (3 балла)

4. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ . (2 балла)



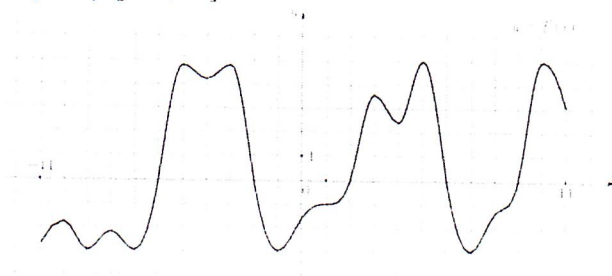


5. Найдите наибольшее значение функции  $y = 16 \tan x - 16x + 4\pi - 5$  на отрезке  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ . 2(балла).
6. Наибольшее значение функции  $f(x) = -x^2 + bx + c$  равно 7, а значение  $c$  на 25% меньше  $b$ . Найдите положительное значение  $b$ . (3 балла)

## 2 вариант.

Часть А. 1 балл за верно выполненное задание. Запишите краткий ответ.

1. Найдите производную функции  $f(x) = 3x^3 + 2,5x^2 - 4x - 8$  в точке  $x_0 = -2$ .  
$$\frac{5+4x}{x-3}$$
2. Найдите производную функции  $f(x) = \frac{5+4x}{x-3}$ .
3. Для функции  $f(x) = 2\cos x$  вычислите  $f'(-\frac{\pi}{3})$ .
4. Найдите  $f'(1) + f(1)$ , если  $f(x) = (4x+5)\sqrt{x}$ .
5. Точка движется по координатной прямой по закону  $s(t) = -t^2 + 9t + 8$ . В какой момент времени скорость точки равна 1. (4)
6. Составьте уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 + x$ , проходящей через точку графика с абсциссой  $x_0 = 2$ .
7. Найдите промежутки возрастания функции  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 3$ .
8. Найдите точки экстремума функции  $f(x) = 1,5x^4 - x^3$ .
9. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - x^2 - 40x + 3$  на отрезке  $[0; 4]$ .
10. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-11; 11)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-10; 10]$ .



Часть В. Запишите полное решение.

1. К графику функции  $f(x) = -x^2 - 5x$  проведена касательная в точке  $P(-1; 4)$ . Найдите абсциссу точки пересечения касательной с осью  $Ox$ . (2 балла)

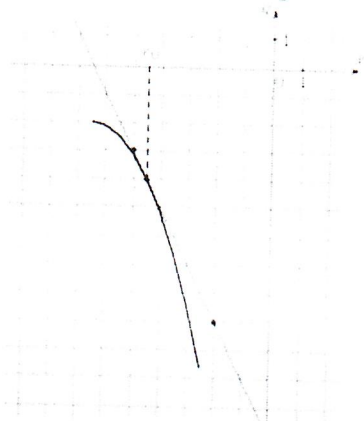


2. Укажите целые числа, принадлежащие промежутку (промежуткам) возрастания функции  $f(x)$

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+3x} \quad (3 \text{ балла})$$

3. Найдите область значений функции  $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$ , где  $-1 \leq x \leq 0,5$ . (3 балла)

4. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ . (2 балла)



5. Найдите наибольшее значение функции  $y = 12\sin x - 6\sqrt{3}x + \sqrt{3}\pi + 6$  на отрезке  $[0; \frac{\pi}{2}]$ . (2 балла)

6. Наименьшее значение функции  $f(x) = x^2 + bx + c$  равно 1, а значение  $c$  на 25% больше  $b$ . Найдите положительное значение  $b$ . (3 балла)

Критерии оценивания.

«2» - 5 баллов.

«3» - 6-10 баллов.

«4» - 11-16 баллов.

«5» - 17-25 баллов.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ГЕОМЕТРИИ № 1

### ТЕМА: ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

#### Вариант I

1. Основание  $AD$  трапеции  $ABCD$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Через точки  $B$  и  $C$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно.

- а) Каково взаимное положение прямых  $EF$  и  $AB$ ?
- б) Чему равен угол между прямыми  $EF$  и  $AB$ , если  $\angle ABC = 150^\circ$ ? Поясните.

2. Дан пространственный четырехугольник  $ABCD$ , в котором диагонали  $AC$  и  $BD$  равны. Середины сторон этого четырехугольника соединены последовательно отрезками.

- а) Выполните рисунок к задаче.
  - б) Докажите, что полученный четырехугольник есть ромб.
- 

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

### ТЕМА: ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

#### Вариант II

1. Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону  $AC$ . Точка  $P$  – середина стороны  $AD$ , а  $K$  – середина стороны  $DC$ .

- а) Каково взаимное положение прямых  $PK$  и  $AB$ ?
- б) Чему равен угол между прямыми  $PK$  и  $AB$ , если  $\angle ABC = 40^\circ$  и  $\angle BCA = 80^\circ$ ? Поясните.

2. Дан пространственный четырехугольник  $ABCD$ ,  $M$  и  $N$  – середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно;  $E \in CD$ ,  $K \in DA$ ,  $DE : EC = 1 : 2$ ,  $DK : KA = 1 : 2$ .

- а) Выполните рисунок к задаче.
- б) Докажите, что четырехугольник  $MNEK$  есть трапеция.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

ТЕМА: ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ. ТЕТРАЭДР И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД.

### Вариант I

1. Прямые  $a$  и  $b$  лежат в параллельных плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Могут ли эти прямые быть:

- а) параллельными;
- б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку  $O$ , лежащую между параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , проведены прямые  $l$  и  $m$ . Прямая  $l$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  в точках  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, прямая  $m$  – в точках  $B_1$  и  $B_2$ . Найдите длину отрезка  $A_2B_2$ , если  $A_1B_1 = 12$  см,  $B_1O : OB_2 = 3 : 4$ .

3. Изобразите параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки  $M$ ,  $N$  и  $K$ , являющиеся серединами ребер  $AB$ ,  $BC$  и  $DD_1$ .

---

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

ТЕМА: ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ. ТЕТРАЭДР И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД.

### Вариант II

1. Прямые  $a$  и  $b$  лежат в пересекающихся плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$ . Могут ли эти прямые быть:

- а) параллельными;
- б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку  $O$ , не лежащую между параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ , проведены прямые  $l$  и  $m$ . Прямая  $l$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  в точках  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, прямая  $m$  – в точках  $B_1$  и  $B_2$ . Найдите длину отрезка  $A_1B_1$ , если  $A_2B_2 = 15$  см,  $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$ .

3. Изобразите тетраэдр  $DABC$  и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки  $M$  и  $N$ , являющиеся серединами ребер  $DC$  и  $BC$ , и точку  $K$ , такую, что  $K \in DA$ ,  $AK : KD = 1 : 3$ .



### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

#### ТЕМА: ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

##### Вариант I

1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите:
    - а) ребро куба;
    - б) косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.
  
  2. Сторона  $AB$  ромба  $ABCD$  равна  $a$ , один из углов равен  $60^\circ$ . Через сторону  $AB$  проведена плоскость  $\alpha$  на расстоянии  $\frac{a}{2}$  от точки  $D$ .
    - а) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ .
    - б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла  $DABM$ ,  $M \in \alpha$ .
    - в) Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью  $\alpha$ .
- 

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

#### ТЕМА: ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

##### Вариант II

1. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат; диагональ параллелепипеда равна  $2\sqrt{6}$  см, а его измерения относятся как 1 : 1 : 2. Найдите:
  - а) измерения параллелепипеда;
  - б) синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.
  
2. Сторона квадрата  $ABCD$  равна  $a$ . Через сторону  $AD$  проведена плоскость  $\alpha$  на расстоянии  $\frac{a}{2}$  от точки  $B$ .
  - а) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ .
  - б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла  $BADM$ ,  $M \in \alpha$ .
  - в) Найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью  $\alpha$ .



## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

### ТЕМА: МНОГОГРАННИКИ

#### Вариант I

1. Основанием пирамиды  $DABC$  является правильный треугольник  $ABC$ , сторона которого равна  $a$ . Ребро  $DA$  перпендикулярно к плоскости  $ABC$ , а плоскость  $DBC$  составляет с плоскостью  $ABC$  угол в  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

2. Основанием прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является ромб  $ABCD$ , сторона которого равна  $a$  и угол равен  $60^\circ$ . Плоскость  $AD_1 C_1$  составляет с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ . Найдите:

- а) высоту ромба;
  - б) высоту параллелепипеда;
  - в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;
  - г) площадь поверхности параллелепипеда.
- 

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

### ТЕМА: МНОГОГРАННИКИ

#### Вариант II

1. Основанием пирамиды  $MABCD$  является квадрат  $ABCD$ , ребро  $MD$  перпендикулярно к плоскости основания,  $AD = DM = a$ . Найдите площадь поверхности пирамиды.

2. Основанием прямого параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  является параллелограмм  $ABCD$ , стороны которого равны  $a\sqrt{2}$  и  $2a$ , острый угол равен  $45^\circ$ . Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма. Найдите:

- а) меньшую высоту параллелограмма;
- б) угол между плоскостью  $ABC_1$  и плоскостью основания;
- в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;
- г) площадь поверхности параллелепипеда.

# Контрольные работы по алгебре и началам анализа в 11 классе

## Контрольная работа № 1 по теме «Тригонометрические функции»

### Вариант 1

1. Найдите область определения и множество значений функции  $y = 2 \cos x$ .
  2. Выясните, является ли функция  $y = \sin x - \operatorname{tg} x$  четной или нечетной.
  3. Изобразите схематически график функции  $y = \sin x + 1$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .
- 
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 3 \sin x \cdot \cos x + 1$ .
  5. Постройте график функции  $y = 0,5 \cos x - 2$ . При каких значениях  $x$  функция возрастает? Убывает?

### Вариант 2

1. Найдите область определения и множество значений функции  $y = 0,5 \cos x$ .
  2. Выясните, является ли функция  $y = \cos x - x^2$  четной или нечетной.
  3. Изобразите схематически график функции  $y = \cos x - 1$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .
- 
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \frac{1}{3} \cos^2 x - \frac{1}{3} \sin^2 x + 1$ .
  5. Постройте график функции  $y = 2 \sin x + 1$ . При каких значениях  $x$  функция возрастает? Убывает?

## Контрольная работа № 2

по теме «Производная и ее геометрический смысл»

### Вариант 1

1. Найдите производную функции: а)  $3x^2 - \frac{1}{x^3}$ ; б)  $\left(\frac{x}{3} + 7\right)^6$ ; в)  $e^x \cos x$ ; г)  $\frac{2^x}{\sin x}$ .
  2. Найдите значение производной функции  $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$  в точке  $x_0 = 8$ .
  3. Запишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \sin x - 3x + 2$  в точке  $x_0 = 0$ .
- 
4. Найдите значения  $x$ , при которых значения производной функции  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$  положительны.
  5. Найдите точки графика функции  $f(x) = x^3 - 3x^2$ , в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.
  6. Найдите производную функции  $f(x) = \log_3(\sin x)$ .

### Вариант 2

1. Найдите производную функции: а)  $2x^3 - \frac{1}{x^2}$ ; б)  $(4 - 3x)^6$ ; в)  $e^x \cdot \sin x$ ; г)  $\frac{3^x}{\cos x}$ .
  2. Найдите значение производной функции  $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$  в точке  $x_0 = \frac{1}{4}$ .
  3. Запишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 4x - \sin x + 1$  в точке  $x_0 = 0$ .
- 
4. Найдите значения  $x$ , при которых значения производной функции  $f(x) = \frac{1-x}{x^2+8}$  отрицательны.
  5. Найдите точки графика функции  $f(x) = x^3 + 3x^2$ , в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.
  6. Найдите производную функции  $f(x) = \cos(\log_2 x)$ .



### Контрольная работа № 3

по теме «Применение производной к исследованию функций»

#### Вариант 1

1. Найдите стационарные точки функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ .
  2. Найдите экстремумы функции: а)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ ; б)  $f(x) = e^x(2x - 3)$ .
  3. Найдите интервалы возрастания и убывания функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ .
- 
4. Постройте график функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$  на отрезке  $[-1; 2]$ .
  5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$  на отрезке  $[0; 1,5]$ .
  6. Среди прямоугольников, сумма длин трех сторон которых равна 20, найдите прямоугольник наибольшей площади.

#### Вариант 2

1. Найдите стационарные точки функции  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ .
  2. Найдите экстремумы функции: а)  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ ; б)  $f(x) = e^x(5 - 4x)$ .
  3. Найдите интервалы возрастания и убывания функции  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ .
- 
4. Постройте график функции  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$  на отрезке  $[-1; 2]$ .
  5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$  на отрезке  $[0; 1,5]$ .
  6. Найдите ромб с наибольшей площадью, если известно, что сумма длин его диагоналей равна 10.

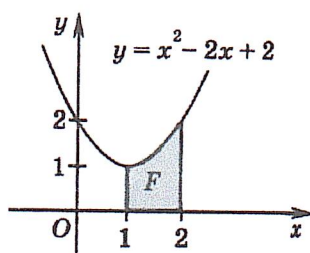


## Контрольная работа № 4

по теме «Интеграл»

### Вариант 1

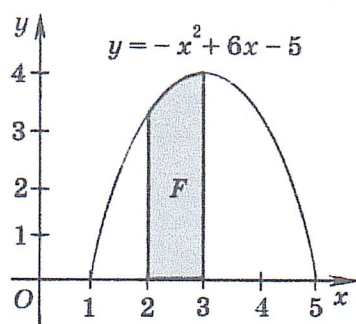
1. Докажите, что функция  $F(x) = 3x + \sin x - e^{2x}$  является первообразной функции  $f(x) = 3 + \cos x - 2e^{2x}$  на всей числовой оси.
2. Найдите первообразную  $F$  функции  $f(x) = 2\sqrt{x}$ , график которой проходит через точку  $A(0; \frac{7}{8})$ .
3. Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке.



- 
4. Вычислить интеграл: а)  $\int_1^2 (x + \frac{2}{x}) dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$ .
  5. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой  $y = 1 - 2x$  и графиком функции  $y = x^2 - 5x - 3$ .

### Вариант 2

1. Докажите, что функция  $F(x) = x + \cos x + e^{3x}$  является первообразной функции  $f(x) = 1 - \sin x + 3e^{3x}$  на всей числовой оси.
2. Найдите первообразную  $F$  функции  $f(x) = -3\sqrt[3]{x}$ , график которой проходит через точку  $A(0; \frac{3}{4})$ .
3. Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке.



- 
4. Вычислить интеграл: а)  $\int_1^3 (x^2 + \frac{3}{x}) dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ .
  5. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой  $y = 3 - 2x$  и графиком функции  $y = x^2 + 3x - 3$ .

**Тест**  
**для проверки обязательных результатов обучения**  
**курс алгебры и начал анализа**

1. Вычислить  $\sqrt{16}$ .  
 а) 8;          б)  $\pm 8$ ;          в) 4;          г)  $\pm 4$ .
2. Вычислить  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$   
 а) 8;          б)  $\pm 8$ ;          в) 16;          г)  $\pm 64$ .
3. Вычислить  $\sqrt{1 \frac{25}{144}}$   
 а)  $1 \frac{5}{12}$ ;    б)  $1 \frac{1}{12}$ ;          в)  $\pm \frac{5}{12}$ ;          г)  $\pm 1 \frac{1}{12}$ .
4. Найти  $\sqrt[4]{a^{24}}$ , если  $a \geq 0$ .  
 а)  $a^{20}$ ;          б)  $a^6$ ;          в)  $\pm a^{20}$ ;          г)  $\pm a^6$ .
5. Упростить  $\sqrt[6]{\sqrt{a}}$ , если  $a \geq 0$ .  
 а)  $\frac{a}{12}$           б)  $\sqrt[3]{a}$ ;          в)  $-\sqrt[3]{a}$ ;          г)  $\sqrt[12]{a}$ .
6. Вынести множитель из-под знака корня:  $\sqrt[3]{54}$   
 а)  $2\sqrt[3]{3}$ ;          б)  $3\sqrt[3]{2}$ ;          в) 18;          г)  $5\sqrt[3]{4}$
7. Извлечь корень:  $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$ .  
 а)  $\sqrt{5} - 2$ ;          б)  $2 - \sqrt{5}$ ;          в)  $1 - \sqrt{5}$ ;          г)  $1 - \sqrt[4]{5}$ .
8. Найти значение выражения  $5^0 + \left(-1 \frac{1}{2}\right)^3$ .  
 а)  $3 \frac{7}{8}$ ;    б)  $-\frac{1}{8}$ ;          в)  $-2 \frac{3}{8}$ ;          г)  $-3 \frac{3}{8}$ .
9. Найти значение выражения  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + (-3)^2$ .  
 а)  $-9 \frac{1}{16}$ ;          б)  $8 \frac{15}{16}$ ;          в)  $-25$ ;          г) 25.
10. Представить выражение  $\sqrt[4]{a^5}$ , где  $a \geq 0$ , в виде степени.  
 а)  $a^{\frac{4}{5}}$ ;          б)  $a^{\frac{5}{4}}$ ;          в)  $a^9$ ;          г)  $a^{20}$ .
11. Выполнить деление:  $4^{\frac{5}{3}} : 4^{\frac{5}{6}}$ .  
 а) 1;    б) 2;    в)  $4^2$ ;    г)  $4^{\frac{5}{6}}$ .
12. Возвести в степень:  $\left(\frac{2}{a^6}\right)^3$ .  
 а)  $\frac{6}{a^{18}}$ ;    б)  $\frac{8}{a^{18}}$ ;    в)  $\frac{8}{a^9}$ ;    г)  $\frac{6}{a^9}$ .
13. Сравнить числа  $(0,35)^\pi$  и  $(0,35)^3$ .  
 а)  $(0,35)^\pi < (0,35)^3$ ; б)  $(0,35)^\pi = (0,35)^3$ ; в)  $(0,35)^\pi > (0,35)^3$
14. Упростить выражение  $\frac{a-b}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}$   
 а)  $a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$ ;          б)  $a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}$ ;          в)  $a + b$ ;          г)  $a - b$ .
15. Решить уравнение  $\sqrt{2x^2 - 3} = x$ .  
 а)  $x = -3$ ; б)  $x_1 = -3, x_2 = 3$ ; в)  $x = \sqrt{3}$ ;    г) нет корней.
16. Решить уравнение  $2^x = -4$ .

- а)  $x = -2$ ; б)  $x = -0,5$ ; в)  $x = 2$ ; г) нет корней.
17. Решить неравенство  $\left(\frac{1}{5}\right)^x > 25$ .  
а)  $x < -2$ ; б)  $x > -2$ ; в)  $x < 2$ ; г)  $x = 2$ .
18. Указать уравнение, корнем которого является логарифм числа 5 по основанию 3.  
а)  $5^x = 3$ ; б)  $x^5 = 3$ ; в)  $3^x = 5$ ; г)  $x^3 = 5$ .
19. Найти  $\log_{0,5} 8$ .  
а) 3; б) -3; в) 4; г) -4.
20. Вычислить  $4^{1+\log_4 3}$ .  
а) 7; б) 8; в) 12; г) 256.
21. Упростить разность  $\log_6 72 - \log_6 2$ .  
а)  $\log_6 70$ ; б)  $\frac{\log_6 72}{\log_6 2}$ ; в) 2; г) 6.
22. Найти  $\lg a^3$ , если  $\lg a = m$ .  
а)  $\frac{m}{3}$ ; б)  $3 + m$ ; в)  $3m$ ; г)  $m^3$ .
23. Выразить  $\log_5 e$  через натуральный логарифм.  
а)  $\frac{1}{\ln 5}$ ; б)  $\frac{1}{\lg 5}$ ; в)  $\frac{e}{\ln 5}$ ; г)  $\ln 5$ .
24. Решить уравнение  $\log_5 x = -2$ .  
а)  $x = -2$ ; б)  $x = 0,1$ ; в)  $x = 0,04$ ; г) нет корней.
25. Решить неравенство  $\log_{0,3} x > 1$ .  
а)  $x > 1$ ; б)  $x > 0,3$ ; в)  $x < 0,3$ ; г)  $0 < x < 0,3$ .
26. Найти радианную меру угла  $240^\circ$ .  
а)  $\frac{7}{5}\pi$ ; б)  $\frac{2}{3}\pi$ ; в)  $\frac{4}{3}\pi$ ; г)  $\frac{3}{2}\pi$ .
27. Найти значение выражения  $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$   
а)  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ ; в)  $\frac{-\sqrt{2}+1}{2}$ ; г)  $\frac{-\sqrt{2}-1}{2}$ .
28. Найти  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  б  $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$   
а)  $\frac{8}{13}$ ; б)  $-\frac{8}{13}$ ; в)  $\frac{12}{13}$ ; г)  $-\frac{12}{13}$ .
29. Найти  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\operatorname{ctg} \alpha = 0,4$   
а)  $\frac{5}{2}$ ; б)  $\frac{3}{5}$ ; в)  $-\frac{5}{2}$ ; г)  $-\frac{3}{5}$ .
30. Найти  $\sin 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ .  
а)  $-\frac{24}{25}$ ; б)  $-\frac{12}{25}$ ; в)  $\frac{1}{5}$ ; г)  $-\frac{7}{25}$ .
31. Найти  $\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$   
а) 1; б)  $-\frac{7}{25}$ ; в)  $\frac{24}{25}$ ; г)  $\frac{7}{25}$ .
32. Записать  $\cos 580^\circ$  с помощью наименьшего положительного угла.  
а)  $\sin 50^\circ$ ; б)  $-\sin 50^\circ$ ; в)  $-\cos 40^\circ$ ; г)  $\cos 40^\circ$ .
33. Упростить выражение  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sin(\pi - \alpha) + \operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right)$   
а)  $\cos \alpha \sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha$ ; б)  $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg} \alpha$ ; в)  $\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$ ; г)  $-\sin^2 \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$
34. Указать выражение, которое не имеет смысла.

- а)  $\arccos \frac{\pi}{4}$ ; б)  $\arcsin 1$ ; в)  $\operatorname{arctg} 15$ ; г)  $\arccos \sqrt{3}/$
35. Решить уравнение  $\cos x = -1$  (в ответах  $k \in \mathbb{Z}$ )  
а)  $x = \pi + \pi k$ ; б)  $x = \pi + 2\pi k$ ; в)  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ ; г)  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$
36. Решить уравнение  $\sin x = 0$  (в ответах  $k \in \mathbb{Z}$ )  
а)  $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ ; б)  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ ; в)  $x = \pi k$ ; г)  $x = 2\pi k$
37. Найти  $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$   
а)  $\frac{2}{3}\pi$ ; б)  $\frac{5}{6}\pi$ ; в)  $-\frac{\pi}{3}$ ; г)  $-\frac{\pi}{6}$ .
38. Найти  $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$   
а)  $\frac{5}{6}\pi$ ; б)  $\frac{2}{3}\pi$ ; в)  $-\frac{\pi}{3}$ ; г)  $-\frac{\pi}{6}$ .
39. Найти производную функции  $x^{\frac{1}{5}}$ , где  $x > 0$   
а)  $-\frac{4}{5}x^{\frac{1}{5}}$ ; б)  $5x^{-\frac{4}{5}}$ ; в)  $\frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}$ ; г)  $\frac{1}{5}x^5$ .
40. Найти производную функции  $3\cos x + 5$   
а)  $3\sin x$ ; б)  $-3\sin x$ ; в)  $2\cos x + 4$ ; г)  $-3\sin x + 5$
41. Найти производную функции  $x \log_2 x$   
а)  $1 + \frac{1}{x \ln 2}$ ; б)  $\frac{x}{\ln 2}$ ; в)  $x + \frac{1}{\ln 2}$ ; г)  $x + \frac{1}{x}$ .
42. Найти точку (точки) экстремума функции  $y = 2x^3 - 3x^2$ .  
а)  $\frac{3}{2}$ ; б)  $x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}$ ; в)  $x_1 = 0, x_2 = 1$ ; г)  $y_1 = 0, y_2 = -1$
43. Найти промежуток убывания функции  $y = -x^2 + 4x - 3$ .  
а)  $[2; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; 2]$ ; в)  $[1; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; 1]$
44. Найти все первообразные функции  $y = x^6$ .  
а)  $6x^5 + C$ ; б)  $\frac{x^7}{7} + C$ ; в)  $\frac{x^6}{6} + C$ ; г)  $\frac{x^7}{6} + C$ .
45. Найти первообразную функции  $f(x) = \sin x$ , если  $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .  
а)  $\cos x + 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $-\cos x + 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; в)  $\cos x + 1$ ; г)  $-\cos x + 1$